

Métodos Aproximados para la Solución del Problema de Enrutamiento de Vehículos (Dic 2008)

R. Andrés Jaque Pirabán*

Abstract— This work carries out a review about state of the art of the vehicle routing problem, summarizing the different variant of the problem and compiling the different methods that have been proposed for their solution, emphasizing heuristic methods.

Index Terms—Vehicle Routing Problem, heuristics, genetic algorithms, swarm intelligence, ant colony optimization, simulated annealing, tabu search, branch and bound

CONTENIDO

I. INTRODUCCIÓN	1
II. PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO DE VEHÍCULOS. 1	
III. ENTORNOS REALES DE APLICACIÓN DEL VRP	3
IV. MÉTODOS DE SOLUCIÓN.....	3
A. Métodos Exactos	3
B. Métodos Aproximados	4
1) Algoritmos de Enjambre.....	4
2) Algoritmos Evolutivos.....	4
3) Sistemas Inmunes Artificiales	4
4) Algoritmos de Búsqueda Local	5
5) Algoritmos Constructivos.....	5
6) Algoritmos de Dos Fases.....	5
7) Algoritmos Híbridos	5
V. CONCLUSIONES	6
VI. TRABAJOS FUTUROS	6
APÉNDICE	6
REFERENCIAS	6

I. INTRODUCCIÓN

EL problema de enrutamiento de vehículos (VRP) es un problema de optimización combinatoria de gran importancia en diferentes entornos logísticos, consiste en servir una serie de clientes ubicados geográficamente de manera dispersa, para atenderlos se cuenta con una flota de vehículos que parten desde un depósito central, el problema consiste en asignar a cada vehículo una ruta de clientes, de manera que se minimice el costo de transporte.

Diferentes variantes del problema, que incluyen restricciones adicionales y la incorporación de múltiples variables, son propuestas como una aproximación generalizada a problemas reales de enrutamiento de vehículos, así como también se han propuesto diferentes métodos para encontrar soluciones a estos problemas. Este documento realiza un estudio del estado del arte del problema, realizando una revisión detallada de los métodos de solución que han sido propuestos, haciendo especial énfasis en los métodos heurísticos y el problema de enrutamiento de vehículos con ventanas de tiempo, organizándose de la siguiente manera: (1) Se presenta una descripción del problema; (2) Se ilustran diferentes entornos reales de aplicación del VRP; (3) Se describe una recopilación estructurada de las diferentes técnicas propuestas para solucionar el VRP y sus variantes; (4) Por último, se presentan las conclusiones derivadas de este estudio.

II. PROBLEMA DE ENRUTAMIENTO DE VEHÍCULOS

Uno de los primeros estudios que trataron el problema de enrutamiento de vehículos se remonta al año 59, en este trabajo Dantzig y Ramser [1] tratan un problema de despacho con camiones, este problema surge como una generalización del problema clásico del agente viajero (TSP) en el que un vendedor tiene que visitar una serie de clientes una sola vez, para luego volver al lugar de partida, construyendo un camino hamiltoniano¹ sobre el grafo constituido por los clientes (vértices) y los caminos posibles entre un cliente y otro (aristas).

El VRP se representa como un conjunto de nodos a ser visitados (clientes) y un conjunto de vehículos inicialmente ubicados en un nodo particular (depósito), el objetivo es asignar rutas a los vehículos (secuencia ordenada de nodos) tendiente a minimizar el costo total de transporte. Un ejemplo gráfico de un VRP clásico se presenta en la Figura 1.

*rajaquep@unal.edu.co, estudiante de Maestría en Ingeniería de Sistemas y Computación, Universidad Nacional de Colombia

¹ Un camino Hamiltoniano es una sucesión de aristas adyacentes que visitan todos los vértices de un grafo una sola vez.

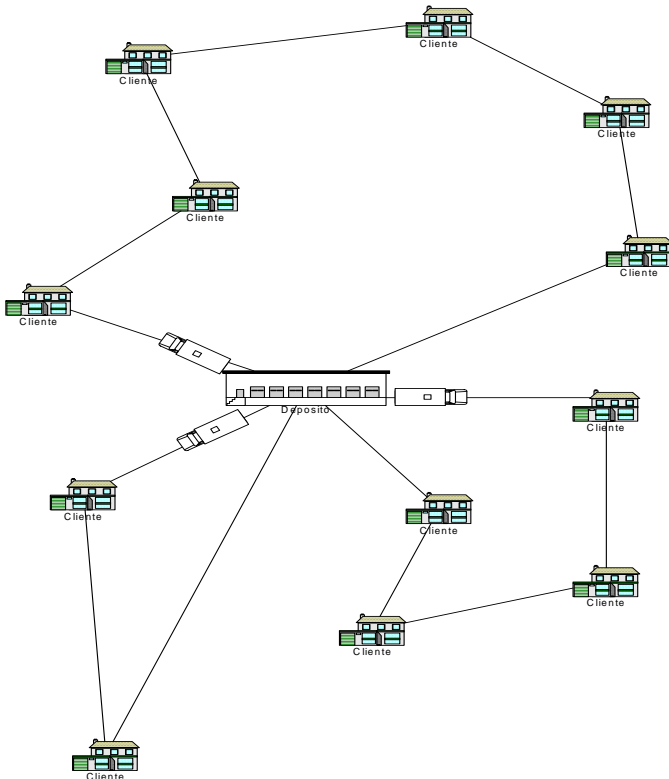


Figura 1 Ejemplo de VRP Clásico. Desde un depósito central se asignan rutas a 3 camiones que deben atender 12 clientes dispersos geográficamente.

Diferentes variaciones del VRP se han propuesto con el ánimo de acercarse a contextos reales del problema, estos problemas incluyen la adición de variables y restricciones, en la Figura 2 se presenta un diagrama con las variantes más populares del VRP.

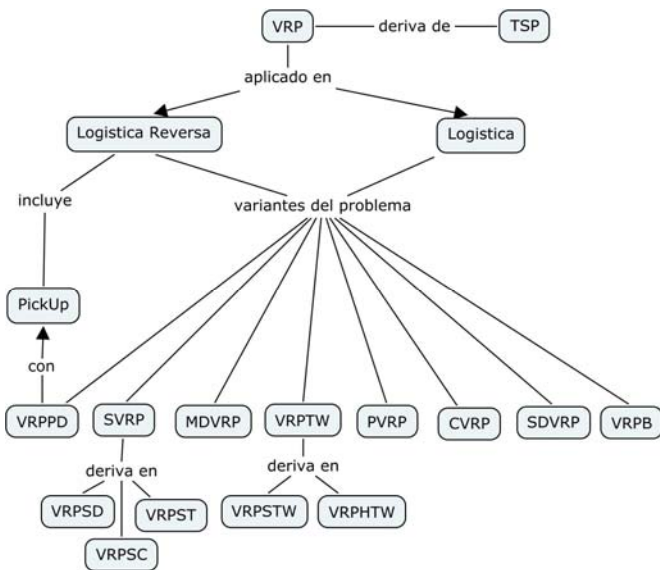


Figura 2. Variaciones y derivaciones del Problema de enrutamiento de Vehículos. VRPPD (VRP con entregas y recolección), SVRP (Familia de VRPs con variables estocásticas), VRPSD (VRP con demandas estocásticas), VRPSC (VRP con clientes estocásticos), VRPST (VRP con tiempos estocásticos), MDVRP (VRP con múltiples depósitos), VRPTW (VRP con ventanas de tiempo), VRPSTW (VRP con ventanas de tiempo suaves), VRPHTW (VRP con ventanas de tiempo duras), CVRP (VRP con

capacidades determinísticas de los vehículos), PVRP (VRP periódico), SDVRP (VRP con entregas divididas), VRPB (VRP con retornos).

Una de las variantes más populares del problema, se origina al incluir ventanas de tiempo para realizar las entregas, estos son periodos fijos durante los cuales se puede realizar la entrega a los clientes, este problema es conocido como el VRPTW, por sus siglas en inglés (Vehicle Routing Problem with Time Windows), para este problema se pueden considerar ventanas de tiempo duras en las que no es posible realizar la entrega al cliente fuera de los periodos establecidos (VRPHTW), mientras que en las ventanas de tiempo suaves se permite la entrega fuera de estos periodos pero con una penalización (VRPSTW).

El CVRP (Capacited Vehicle Routing Problem) es una variante del VRP clásico en donde se cuenta con una capacidad determinística variable de los vehículos.

Cuando el problema tiene diferentes depósitos de los que parten los vehículos, se conoce entonces el MDVRP (Multiple Deposits Vehicle Routing Problem).

SVRP (Sochastic Vehicle Routing Problem) corresponde a una familia de problemas donde alguna o varias variables del problema son aleatorias y varían en el tiempo, se conocen tres enfoques principales de este problema: (1) El VRPSD (Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands), en donde solo son conocidas las demandas de los clientes con una distribución de probabilidad. (2) El VRPSC (Vehicle Routing Problem with Stochastic Customers) en este caso la variable aleatoria son los clientes, quienes se presentan con una determinada probabilidad. (3) El VRPST (Vehicle Routing Problem with Stochastic Times), aquí, los tiempos de viaje y de servicio son variables estocásticas.

SDVRP (Split Delivery Vehicle Routing Problem) esta variante del problema es una relajación del VRP en el que se permite que un cliente pueda ser atendido por varios vehículos (división de las entregas), este problema toma importancia cuando las demandas de algunos clientes son mayores que la capacidad de los vehículos.

En el VRPB (Vehicle Routing Problem with Backhauls), en este problema el conjunto de cliente es dividido en dos subconjuntos, para el primer conjunto de clientes se realizan entregas del producto, mientras que para el segundo conjunto se realiza algún tipo de recolección.

VRPPD (Vehicle Routing Problem with Pick-Up and Delivery), en esta variante del problema, además de las entregas realizadas a los clientes, de manera simultanea se realizan recogidas retornando algún tipo de producto.

Generalmente los VRP contemplan la planeación para un periodo fijo, el PVRP (Periodic Vehicle Routing Problem)

contempla que la planeación del enrutamiento de los vehículos se realice para m periodos.

III. ENTORNOS REALES DE APLICACIÓN DEL VRP

Los estudios realizados del problema de enrutamiento de vehículos son de gran importancia en problemas reales de logística y de logística reversa, estos últimos han tomado gran relevancia en la actualidad. Los problemas de logística reversa con frecuencia incluyen situaciones en las que además de realizar una entrega a los clientes es necesario realizar recogidas, conocidas en la literatura como pick-up.

Alshamrani et. al [2] tratan un problema de logística reversa inspirado en la situación real de distribución de sangre del American Red Cross, en este problema se debe planear la entrega de los contenedores por los camiones mientras que de manera simultanea se debe estimar la cantidad de contenedores que deben ser recogidos por los camiones en cada parada.

Repoussis et. al [3], trata también un problema de logística reversa en la recolección y reciclaje de desperdicios de aceites lubricantes.

Otros autores han presentado sus trabajos en el estudio y solución de VRP en entornos reales como Zeng et. al[4] quien enfocó su trabajo en un VRP a gran escala en condiciones de tráfico real, y Tarantilis y Kiranoudis[5], quienes estudiaron el VRP en el reparto de leche y el sector constructor.

Algunos de los entornos reales para los que el estudio del VRP es de gran importancia se encuentran en mensajería, transporte de valores, recolección de basura, transporte de contenedores, transporte de pasajeros, transporte de alimentos y transporte de combustibles[8].

IV. MÉTODOS DE SOLUCIÓN

El VRP es de complejidad NP-co, diferentes métodos se han propuesto para su solución, estos se pueden agrupar en dos grandes grupos, exactos y aproximados, en el diagrama conceptual presentado en el apéndice se organizan los métodos más representativos.

Múltiples métodos exactos han sido propuestos siendo apropiados en problemas pequeños, pero dada su alta complejidad en tiempo computacional son inapropiados para problemas de dimensiones mayores en los que con frecuencia se utilizan métodos heurísticos. En el segundo anexo se presenta una tabla en la que de manera resumida se presentan algunos métodos propuestos para la solución del VRP.

A. Métodos Exactos

Entre los métodos exactos se destacan los algoritmos de ramificación y acotación. El TSP puede ser formulado como

un modelo lineal, de esta manera se pueden fijar cotas inferiores sobre la combinación de un par de ciudades adyacentes en la ruta que permiten la aplicación de un algoritmo de *Branch and Bound* (B&B), este es un algoritmo de propósito general en el que se realiza una sistemática enumeración de las soluciones; subconjuntos de la solución son evaluados respecto a su contribución a la función objetivo, se definen unas cotas inferiores y superiores para cada problema, dependiendo del valor de estas cotas calculado para cada posible subconjunto de solución se decide si se ramifica o no el árbol de soluciones.

Padberg y Rinaldi [6] propusieron un mejoramiento del B&B clásico integrándole el método de corte de planos originando el técnica conocida como *Branch and Cut* (B&C). Por otro lado, la combinación del algoritmo de generación de columnas con el B&B origina el algoritmo conocido como *Branch and Price* (B&P).

Bard et. al [58] propusieron un algoritmo de B&C para solucionar el VRPTW, mientras que Christiansen y Lysgaard [59] trató el CVRP con demandas estocásticas (CVRPSD), para solucionar este problema propuso un algoritmo de B&P basado en la descomposición de Dantzing-Wolfe, su metodología consiste en la obtención de un problema maestro como resultado de pequeñas variaciones a la formulación original del problema con el objeto de hacerlo más tratable, sobre el problema maestro se aplica programación lineal, si la solución es entera y todas las restricciones se cumplen con igualdad entonces esta es una solución óptima del problema original, de lo contrario, se ramifica orientado a obtener una solución entera.

Righini y Salani [10] presentan un algoritmo exacto basado en programación dinámica bidireccional y acotada, con estado de decrecimiento relajación de espacio (DSSR - decremental state space relaxation). Esta relajación se realiza con el ánimo de reducir el número de estados a ser explorados. Se realizaron comparaciones con otros algoritmos, reduciendo el tiempo de cómputo, sin embargo, el tiempo requerido en encontrar la solución óptima es bastante amplio.

Muchos autores proponen soluciones al VRP, tratando primero el problema de la ruta más corta (SPP) como Halse [60] quien en su tesis de maestría modela y soluciona un VRP complejo, en su trabajo describe tres diferentes relajaciones lagrangianas, la primera se formula usando la formulación del camino más corto para ventanas de tiempo (SPPTW) y una generalización del problema de asignación; La segunda considera la formulación del camino más corto, restricciones de capacidad y el problema de asignación; la tercera considera las restricciones de capacidad, la generalización del problema de asignación, incluyendo las restricciones de capacidad de los vehículos en ambos subproblemas.

Teniendo en cuenta que el modelo del ruteo de vehículos

supone un problema elemental de la ruta más corta, Chabrier [61] propuso una mejora del algoritmo de caminos cortos obteniendo mejores cotas inferiores y de poda de los árboles de búsqueda, logrando así la solución exacta a 17 problemas seleccionados. Feillet et. al [62] propusieron otras heurísticas y métodos exactos incorporados a sus algoritmos para la solución del problema elemental del camino más corto utilizando un algoritmo de B&P.

En el trabajo de Desrochers et. al [63] el VRPTW es formulado como un modelo lineal suavizado y particionado, los conjuntos de particiones son solucionadas por generación de columnas, las columnas factibles son necesarias para solucionar un problema de ruta corta con ventanas de tiempo y restricción de capacidades usando programación dinámica, la solución proveída provee una excelente cota inferior para un algoritmo de B&B.

Diferentes métodos exactos, destacados en la solución VRP involucran relajación lagrangiana[9], descomposición de Dantzig-Wolfe, programación con restricciones y programación dinámica[9-11]. Para una exploración más detallada de estos métodos Kallehauge [7] realiza una revisión de los algoritmos exactos propuestos en las últimas tres décadas para la solución del VRPTW.

B. Métodos Aproximados

Debido a la complejidad del VRP diferentes métodos aproximados han sido propuestos, aunque no garantizan encontrar la solución óptima brindan una muy buena solución al problema, estos métodos son conocidos como heurísticos, este trabajo realiza un especial énfasis en estos métodos.

1) Algoritmos de Enjambre

Los algoritmos enmarcados en inteligencia de enjambres, son métodos bioinspirados en el comportamiento de colonias de insectos generalmente, como hormigas, abejas, termitas.

Estos algoritmos replican la sinergia que presentan estos sistemas en los que el comportamiento colaborativo de los integrantes del enjambre les permite desarrollar tareas complejas que exceden la capacidad de un solo individuo.

Las hormigas tienen grandes estructuras sociales que les permiten realizar tareas complejas que exceden la capacidad de una sola hormiga. Una hormiga que se embarca en una ruta para encontrar alimento, deja a su paso un rastro de feromonas que tiende a ser seguido por las siguientes hormigas, es así como se crea un proceso iterativo por el cual la acción individual de una hormiga sirve como estímulo para las acciones de los otros individuos, en síntesis, el comportamiento colectivo de todos los agentes da como resultado una sola entidad, un todo que obtiene mejores resultados que los que lograrían sus elementos trabajando por

separado.

El algoritmo inspirado en el comportamiento comunitario de las hormigas, permite aprovechar el éxito que tienen estos esquemas biológicos aplicándolos en la búsqueda de soluciones para problemas complejos de optimización como el VRP. El algoritmo de optimización de colonia de hormigas (ACO) es un enfoque ampliamente tratado por diferentes autores con resultados satisfactorios [12-19].

También se ha utilizado el método de optimización de enjambre de partículas (PSO), este es un algoritmo de optimización basado en la población, imita el comportamiento de un grupo de organismos que trabajando juntos buscan la mejor posición que corresponde a la mejor solución al problema. Sus implementaciones han tenido buenos resultados en la solución del VRP [20].

2) Algoritmos Evolutivos

Algoritmos evolutivos también han sido propuestos para la solución del VRP, estos métodos imitan el proceso de la evolución natural en el que sobreviven los individuos con mayor capacidad de adaptación, mientras que los más débiles tienden a extinguirse.

En este tipo de algoritmos se define una población de individuos (cromosomas), cada uno de ellos representa una solución al problema, nuevas poblaciones son creadas en cada generación a través de operadores de cruce en el que se combinan partes de los cromosomas padres para crear un nuevo individuo, tienen mayor probabilidad de reproducción los individuos con mayor adaptación, también existen operadores de mutación que realizan pequeñas variaciones al individuo, procedimiento que ayuda a diversificar el espacio de búsqueda. El criterio de adaptación que se aplica sobre cada individuo representa la función objetivo y restricciones del problema, los individuos con mayor adaptación tienen mayor probabilidad de pasar a la siguiente generación (elitismo).

Diferentes clases de algoritmos evolutivos han sido aplicados a la solución del VRP, destacando algoritmos genéticos (GA) [21-28].

En programación evolutiva se destaca el trabajo de Yang [29], junto con el de otros autores que han tratado el problema con algoritmos evolutivos, como Santos et. al[30], quienes implementaron cuatro algoritmos: un GA, un GA con búsqueda local, un GA con un módulo de minería de datos (DM) y por último un GA incluyendo búsqueda local y DM reconociendo su innovación al combinar técnicas de minería de datos para descubrir patrones en las mejores soluciones encontradas por el GA.

3) Sistemas Inmunes Artificiales

Los sistemas inmunes artificiales se inspiran en los sistemas inmunes naturales aprovechando la habilidad de estos sistemas

para determinar patrones que les permiten distinguir la presencia de cuerpos extraños o antígenos de células del cuerpo, y memorizar la estructura de estos antígenos para una rápida respuesta futura, sus principales aplicaciones son clasificación y agrupamiento.

En la literatura revisada se destaca el trabajo Hu[31] y Ma[32] que combinaron sistemas inmunes con algoritmos evolutivos, aplicado a un problema de distribución de tabaco en la investigación de Hu y Ma solucionó el VRPTW.

4) Algoritmos de Búsqueda Local

Los algoritmos de búsqueda local son métodos de mejora iterativa en los que generalmente se define una solución inicial o semilla, se define una estructura de vecindario (soluciones comunes por el criterio de vecindario establecido), de manera iterativa se exploran los vecindarios evaluando la contribución a la función objetivo de cada solución tendiendo a maximizar o minimizarla, según corresponda. En la Figura 3 se ilustra como los algoritmos de búsqueda local se desplazan por el espacio de búsqueda a través de vecindarios construidos con las mejores soluciones encontradas (soluciones de la intersección entre vecindarios)

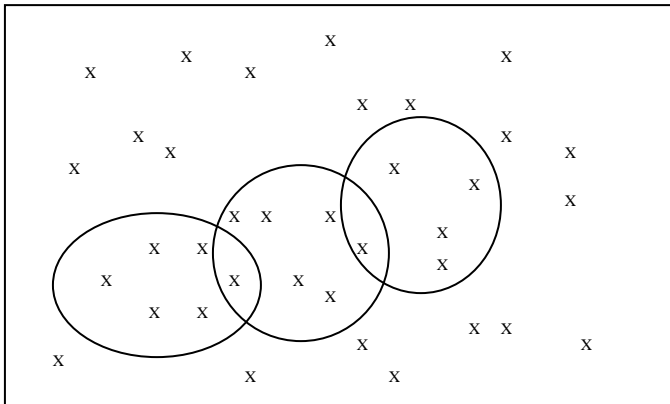


Figura 3 Representación de búsqueda local en vecindarios, las X simbolizan soluciones y los círculos vecindarios.

El algoritmo de recocido simulado es una heurística inspirada en la física del temple de metales, esta imita una buena estructura cristalina de metales con una buena estructura de soluciones en problemas de optimización combinatoria, la función objetivo representa la energía del sistema, en los primeros estados la temperatura es alta y se permite la transición de una buena solución a una no tan buena con una probabilidad que disminuye exponencialmente a medida que transcurren las iteraciones (enfriamiento). Este algoritmo ha sido aplicado al VRP por diferentes autores [33-36]

El algoritmo de búsqueda Tabú utiliza memoria a corto plazo, una lista FIFO en la que almacena las últimas soluciones visitadas (movimientos tabú) prohibiendo que se repitan en las próximas iteraciones, así evita ciclos y escapa de mínimos locales, en los últimos años este algoritmo ha sido

ampliamente aplicado al VRP[37-41].

Algoritmos GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search procedure) también han sido aplicados al VRP[42,43], esta es una heurística que combina procedimientos constructivos generalmente dinámicos y aleatorios, para posteriormente, sobre la solución construida aplicar búsqueda local.

Otros algoritmos de búsqueda local aplicados a la solución del VRP son 2-opt[44] y hill climbing[45].

5) Algoritmos Constructivos

También se han propuesto heurísticas constructivas, exclusivas para el problema de enrutamiento de vehículos, quizás el método más conocido es el algoritmo de ahorro de Clarke and Wright [52], este método se basa en la noción de ahorro que se puede presentar al fusionar dos rutas.

Alfonso et al [53] compararon la heurística Clarke and Wright con el algoritmo de barrido para la solución del CVRP para una instancia de 100 clientes y 14 vehículos, en las conclusiones mostraron que la solución del algoritmo de barrido es mejor que la obtenida vía Clarke and Wright, sin embargo la solución obtenida por este último no estuvo más lejana del 1% de diferencia de las obtenidas por el algoritmo de barrido.

Este método constructivo también fue utilizado por Ho et al [56] para la solución del MDVRP, en su trabajo desarrollan dos algoritmos genéticos híbridos, en donde el primero (HGA1) se inicializa por medio de soluciones aleatorias y el segundo (HGA2) utiliza el algoritmo de Clarke and Wright para hallar la solución inicial. Por medio de su estudio evidencian que el HGA2 es superior al HGA1 en términos de tiempo computacional y calidad de las soluciones.

6) Algoritmos de Dos Fases

Se han propuesto algoritmos de dos fases, los cuales primero realizan un agrupamiento para después aplicar otro método para la asignación de las rutas a los vehículos, entre estos algoritmos se destaca el algoritmo de barrido [46] y el algoritmo de pétalo [47]

En el trabajo de Csiszár [55] en la primera fase se minimiza el número de rutas y en la segunda fase minimiza la distancia recorrida implementando una búsqueda tabú. Sus resultados fueron competitivos respecto de las mejores heurísticas publicadas en los últimos años (2003-2005). Otros como Gehring y Homberger [54] en su primera fase minimizaron el número de vehículos y en la segunda, la distancia total recorrida, mostrando que el enfoque del método de las dos fases es muy competitivo.

7) Algoritmos Híbridos

Los algoritmos híbridos se caracterizan por que combinan varios métodos heurísticos o exactos, para el mejoramiento de

las soluciones o reducir la complejidad del problema. Diferentes algoritmos han sido propuestos que combinan características de diferentes heurísticas [49-51].

Zachariadis et al. [50] solucionaron el VRP con entrega y recolección simultánea (VRPPD), combinando dos metaheurísticas, búsqueda tabú y una búsqueda local guiada, esto permitió una exploración eficiente del espacio de búsqueda ya que procuró un balanceo de la intensificación y diversificación de la búsqueda guiada, obteniendo así buena calidad en los resultados presentados sobre las instancias probadas.

Para la solución del CVRP Lin et al [57] propusieron un algoritmo híbrido de recocido simulado y búsqueda tabú, con muy buenos resultados en 8 instancias clásicas, donde se encontraron mejores soluciones que las reportadas hasta el momento.

Otros enfoque, como el de Alvarenga et. Al [48], propone una heurística híbrida de generación de columnas (CGH) para solucionar un VRPTW dinámico, en el que información relevante cambia una vez se han iniciado las rutas.

V. CONCLUSIONES

El problema de enrutamiento de vehículos es de gran importancia en logística y logística reversa, aunque diferentes autores han presentado métodos de solución que encuentran la mejor solución al problema, esta se halla con un alto costo computacional, por lo tanto, para problemas de mayor tamaño se hace necesaria la utilización de heurísticas, que aunque no aseguran encontrar la mejor solución, proporcionan una de buena calidad, aceptable y en un tiempo de cómputo admisible.

La combinación de estrategias que permitan la reducción de la complejidad del problema, y el mejoramiento de las soluciones son los enfoques más usados por los autores para hacer sus métodos competitivos, igualmente, la combinación de variantes del VRP proponen nuevos desafíos.

VI. TRABAJOS FUTUROS

Aunque múltiples métodos de solución se han propuesto para la gran variedad de variantes del VRP, este sigue siendo un problema abierto y de gran importancia. Son relevantes los esfuerzos que se realicen para mejorar el rendimiento de los métodos exactos, ó la propuesta de nuevos métodos que garanticen encontrar soluciones óptimas, como también métodos heurísticos que brinden soluciones oportunas y de gran calidad en problemas de grandes dimensiones.

Los nuevos recursos computacionales permitirán el mejoramiento del desempeño de los algoritmos aplicados a la

solución del VRP, en este contexto, se debe procurar por la paralelización de estos métodos.

La popularización de tecnologías como los sistemas de posicionamiento global incluidos en los vehículos permiten su monitoreo satelital, situación que invita a realizar trabajos que provean sistemas para la planificación en tiempo real de las rutas asignadas a los vehículos incluyendo esquemas de reaprovisionamiento cuando los trayectos ya han sido iniciadas.

Por otro lado, los problemas de logística reversa toman gran importancia en situaciones en las que se requiere la recirculación o reutilización de algún tipo de producto, como en reciclaje ó en la recuperación de contenedores o envases, pero no son muchos los trabajos realizados alrededor de estos problemas.

APÉNDICE

1. Diagrama conceptual de los métodos de solución propuestos para el VRP.
2. Tabla de resumen de los métodos propuestos para la solución del VRP.

REFERENCIAS

- [1] G. B. Dantzing and J. H. Ramser, "The Truck Dispatching Problem" *Management Science*, Vol. 6, No. 1 (Oct., 1959), pp. 80-91.
- [2] A. Alshamrani, K. Mathur and R. H. Ballou, "Reverse logistics: simultaneous design of delivery routes and returns strategies" *Computers & Operations Research* Vol. 34 (Apr, 2007) pp. 595-619
- [3] P.P. Repoussis, et. al, "A web-based decision support system for waste lube oils collection and recycling" *European Journal of Operational Research* Vol. 195 (2009) pp. 676-700
- [4] H. Zeng, et. al "A hybrid Algorithm for Large-Scale Vehicle Routing Problem in Real Traffic Condition" *IEEE International Conference on Automation and Logistics*, 2007, pp. 2238-2242
- [5] C.D. Tarantilis and C.T. Kiranoudis, "A flexible adaptive memory-based algorithm for real-life transportation operations: Two case studies from dairy and construction sector" *European Journal of Operational Research* Vol. 179, No. 3 (Jun, 2007) pp. 806-822
- [6] M. Padberg and G. A Rinaldi "branch-and-cut algorithm for the resolution of large-scale symmetric traveling salesman problems". *SIAM Review* Vol. 33 (1991) pp. 60-100.
- [7] B. Kallehauge, "Formulations and exact algorithms for the vehicle routing problem with time windows" *Computers & Operations Research* Vol. 35 (2008) pp. 2307 - 2330
- [8] F. Cornillier et. al, "The petrol station replenishment problem with time windows" *Computers & Operations Research* Vol. 36 (2009) 919 - 935.
- [9] L. Jing-Quan, et. al, "Real-time vehicle rerouting problems with time windows" *European Journal of Operational Research* Vol. 194 (2009) pp. 711-727
- [10] G. Righini, M. Salani, "Decremental state space relaxation strategies and initialization heuristics for solving the Orienteering Problem with Time Windows with dynamic programming" *Computers & Operations Research* Vol. 36 (2009) pp. 1191 - 1203
- [11] G. Righini and M. Salani, "Symmetry helps: Bounded bi-directional dynamic programming for the elementary shortest path problem with resource constraints" *Discrete Optimization* Vol. 3 (2006) pp. 255-273
- [12] B. Chen, et. al, "A Multi-Ant Colony System for Vehicle Routing Problem with Time-Dependent Travel Times" *IEEE International Conference on Automation and Logistics*, (2007), pp. 446-449
- [13] P. Chen, et. al, "An Ant Colony System Based Heuristic Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup"

- 2nd IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, ICIEA 2007 (2007), pp. 136-141
- [14] D. Coltorti and A. E. Rizzoli, "Ant colony optimization for real-world vehicle routing problems" SIGEVOLUTION Vol. 2 (2007), pp. 2-9
- [15] I. Ellabib, et. al, "Exchange strategies for multiple Ant Colony System" Information Sciences Vol. 177 (2007), pp. 1248-1264
- [16] G. Fuellerer, et. al, "Ant colony optimization for the two-dimensional loading vehicle routing problem" Computers & Operations Research Vol. 36, Issue 3, (March 2009), pp. 655-673
- [17] W. Gong, et. al, "Two-Generation Ant Colony System for Vehicle Routing Problem with Time Windows" International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing, WiCom 2007, (2007), pp. 1917-1920
- [18] H. Ono and Y. Mori, "The optimal design of the vehicle routing problem with time windows by ant colony system" Annual Conference SICE 2007, (2007), 1325-1329
- [19] B. Yu et. al, "An improved ant colony optimization for vehicle routing problem" European Journal of Operational Research Vol. 196, Issue 1, (July 2009), pp. 171-176
- [20] T. J. Ai and V. Kachitvichyanukul, "Particle swarm optimization and two solution representations for solving the capacitated vehicle routing problem" Computers & Operations Research Vol. 36, Issue 5, (May 2009), pp. 1693-1702
- [21] E. Alba and B. Dorronsoro, "Computing nine new best-so-far solutions for Capacitated VRP with a cellular Genetic Algorithm" Information Processing Letters Vol. 98 (2006), pp. 225-230
- [22] G. Alvarenga and G. Mateus, "Hierarchical tournament selection genetic algorithm for the vehicle routing problem with time windows" Fourth International Conference on Hybrid Intelligent Systems, 2004. HIS '04, (2004), pp. 410-415
- [23] L. Jun and Z. Jian-yong, "A Genetic Algorithm to Vehicle Routing Problem in Reverse Logistics", International Conference on Management Science and Engineering. ICMSE 2007., (2007), pp. 573-578
- [24] J. Ma et. al, "Immune Genetic Algorithm for Vehicle Routing Problem with Time Windows" International Conference on Machine Learning and Cybernetics, (2006), pp. 3465-3469
- [25] K. Mak and Z. Guo, "A genetic algorithm for vehicle routing problems with stochastic demand and soft time windows" Proceedings of the 2004 IEEE Systems and Information Engineering Design Symposium, (2004) pp. 183-190
- [26] Z. Qinghua et. al, "Improved genetic algorithm for variable fleet Vehicle Routing Problem with Soft Time Window" 6th IEEE International Conference on Industrial Informatics, INDIN 2008., (2008), pp. 233-238
- [27] Z. Tong et. al, "Genetic algorithm for vehicle routing problem with time window with uncertain vehicle number" Fifth World Congress on Intelligent Control and Automation, WCICA 2004. Vol.4 (2004), pp. 2846-2849
- [28] B. Xie et. al, "Application of Genetic Algorithm in Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands" The Sixth World Congress on Intelligent Control and Automation, WCICA 2006., Vol. 2 (2006), pp. 7405-7409
- [29] S. Yang and J. Branke, "Evolutionary algorithms for dynamic optimization problems: workshop preface" Proceedings of the 2005 workshops on Genetic and evolutionary computation, ACM, (2005), pp. 23-24
- [30] H.G. Santos et. al, "Combining an evolutionary algorithm with data mining to solve a single-vehicle routing problem" Neurocomputing, Vol. 70, Issues 1-3, (Dec 2006), pp. 70-77
- [31] Z. Hu et. al, "Immune co-evolutionary algorithm based partition balancing optimization for tobacco distribution system" Expert Systems with Applications, In Press, Corrected Proof, (Jun 2008)
- [32] J. Ma et. al, "Immune Genetic Algorithm for Vehicle Routing Problem with Time Windows" International Conference on Machine Learning and Cybernetics, (2006), pp. 3465-3469
- [33] H. Li and A. Lim, "Local search with annealing-like restarts to solve the vehicle routing problem with time windows" Proceedings of the 2002 ACM symposium on Applied computing, ACM, (2002), pp. 560-565
- [34] S. Lin et. al, "Vehicle Routing Problems with Time Windows Using Simulated Annealing", IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2006. SMC '06. Vol. 1, (2006), pp. 645-650
- [35] H. C. B. de Oliveira et. al, "A Multi-Start Simulated Annealing Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows", Ninth Brazilian Symposium on Neural Networks, 2006. SBRN '06., (2006), pp. 137-142
- [36] R. Tavakkoli-Moghaddam et. al, "A New Capacitated Vehicle Routing Problem with Split Service for Minimizing Fleet Cost by Simulated Annealing" Journal of the Franklin Institute Vol. 344, (2007) pp. 406-425
- [37] A. Beham, "Parallel Tabu Search and the Multiobjective Vehicle Routing Problem with Time Windows", IEEE International Parallel and Distributed Processing Symposium, 2007. IPDPS 2007., (2007), pp. 1-8
- [38] J. Br et. al, "A deterministic tabu search algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem" European Journal of Operational Research, Vol. 195, Issue 3, (Jun 2009), pp. 716-728
- [39] Y. Kwon et. al, "A Tabu Search Algorithm using the Voronoi Diagram for the Capacitated Vehicle Routing Problem" International Conference on Computational Science and its Applications, 2007. ICCSA 2007., (2007), pp. 480-488
- [40] S. Scheuerer, "A tabu search heuristic for the truck and trailer routing problem" Computers & Operations Research, Vol. 33 (2006), pp. 894-909
- [41] L. Zhang et. al, "A tabu search algorithm for the safe transportation of hazardous materials" Proceedings of the 2005 ACM symposium on Applied computing, ACM, (2005), pp. 940-946
- [42] M. Boudia et. al, "A reactive GRASP and path relinking for a combined production-distribution problem" Computers & Operations Research Vol. 34(11), (2007) pp. 3402-3419
- [43] L. Goncalves et. al, "A GRASP with Adaptive Memory for a Period Vehicle Routing Problem", Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation, 2005 and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce, International, Vol 1. (2005), pp. 721-727
- [44] L. Bianchi and A. M. Campbell, "Extension of the 2-p-opt and 1-shift algorithms to the heterogeneous probabilistic traveling salesman problem" European Journal of Operational Research, Vol. 176, (2007), pp. 131-144
- [45] U. Derigs and R. Kaiser, "Applying the attribute based hill climber heuristic to the vehicle routing problem" European Journal of Operational Research Vol. 177(2), (2007), pp. 719-732
- [46] L. Zhishuo and C. Yueting, "A Hybrid Ant Colony Algorithm for Capacitated Vehicle Routing Problem" IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2006. SMC '06., Vol. 5 (2006), pp. 3907-3911
- [47] D. M. Ryan et. al, "Extensions of the petal method for vehicle routing", Journal Operational Research Society, Vol. 44(3) (1993), pp. 289-296
- [48] G. Alvarenga et. al, "A hybrid approach for the dynamic vehicle routing problem with time windows" Fifth International Conference on Hybrid Intelligent Systems, 2005. HIS '05, Vol. 7 (2005).
- [49] Z. Liangzhi et. al, "Vehicle routing problem research based on genetic-ant colony algorithm", IEEE International Conference on Automation and Logistics, 2008. ICAL 2008., (2008), pp. 1946-1950
- [50] E. E. Zachariadis et. al, "A hybrid metaheuristic algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up service" Expert Systems with Applications, Vol. 36 (2), Part 1, (Mar 2009), pp. 1070-1081
- [51] P. Flisberg et. al, "A hybrid method based on linear programming and tabu search for routing of logging trucks", Computers & Operations Research, Vol. 36(4), (Apr 2009), pp. 1122-1144
- [52] P. Toth and D. Vigo. The vehicle routing problem, SIAM monographs on discrete mathematics and applications. Philadelphia: SIAM; (2002).
- [53] E. Alfonso et. al, "Enrutamiento de Vehículos Mediante Técnicas Heurísticas y Programación Matemática" XIV Latin Ibero-American Congress on Operations Research, CLAIO 2008, Submission 427, (2008), http://www.socio.org.co/CLAIO2008/submissions/CLAIO_2008_submission_427.pdf
- [54] J. Homberger and H. Gehring, "A two-phase hybrid metaheuristic for the vehicle routing problem with time windows", European journal of operational research, Vol 162, No 2, 2005, pp. 220-238.
- [55] S. Csiszár, "Two-Phase Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Time Windows", Acta Polytechnica Hungarica, Vol. 4, No 2, 2007.
- [56] W. Ho et al, "A hybrid genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem", Engineering Applications of Artificial Intelligence, Volume 21, Issue 4, June 2008, Pages 548-557

- [57] S Lin, et. al, "Applying hybrid meta-heuristics for capacitated vehicle routing problem", *Expert Systems with Applications*, Volume 36, Issue 2, Part 1, March 2009, Pages 1505-1512
- [58] JF. Bard, et. al. "A branch-and-cut procedure for the vehicle routing problem with time windows". *Transportation Science* 2002;36:250-69.
- [59] C. H. Christiansen and J. A Lysgaard, "A branch-and-price algorithm for the capacitated vehicle routing problem with stochastic demands", *Operations Research Letters*, Vol. 35, (2007) pp. 773-781
- [60] K. Halse, "Modeling and solving complex vehicle routing problems". PhD thesis, Department of Mathematical Statistics and Operations Research, Technical University of Denmark; 1992.
- [61] A. Chabrier, "Vehicle routing problem with elementary shortest path based column generation", *Computers & Operations Research*, Vol. 33, (2006), pp. 2972-90.
- [62] D. Feillet, et. al, "New refinements for the solution of vehicle routing problems with branch and price". Technical Report C7PQMR PO2005-08-X, Center for Research on Transportation, Montreal; 2005.
- [63] M. Desrochers et. al, "A new optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows" *Operations Research*, Vol. 40, No. 2 (Apr. 1992), pp. 342-354

Diagrama conceptual de los métodos de solución propuestos para el VRP

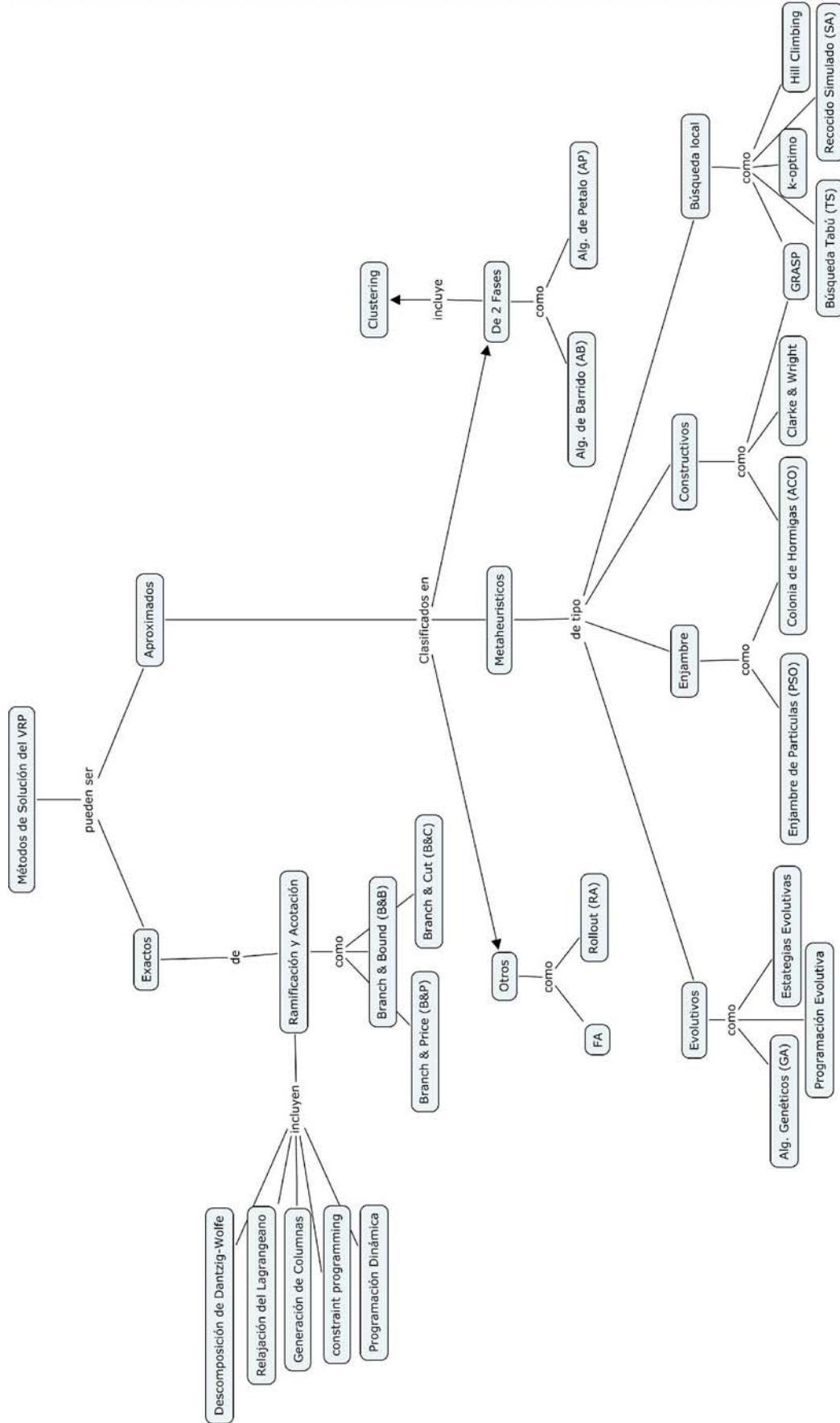


Tabla Resumen de Métodos Trabajos y Métodos Utilizados para la Solución del VRP

TIPO	DESCRIPCION	AUTORES	ARTICULO
METODOS EXACTOS	Los métodos exactos hallan la solución óptima de un problema determinado, generalmente con un alto costo computacional.	Giovanni Righini, Matteo Salani	Decremental state space relaxation strategies and initialization heuristics for solving the Orienteering Problem with Time Windows
		C.K.Y. Lin	A cooperative strategy for a vehicle routing problem with pickup and delivery time windows
		Martin Desrochers, Jacques Desrosiers, Marius Solomon	A new Optimization Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows
		Bard JF, Kontoravdis G, Yu G. A	A branch-and-cut procedure for the vehicle routing problem with time windows.
METODOS APROXIMADOS	Hallan una solución muy buena, aproximada al óptimo.	Algoritmos de enjambre	
		B. Chen, et. al	A Multi-Ant Colony System for Vehicle Routing Problem with Time-Dependent Travel Times
		P. Chen, et. al,	An Ant Colony System Based Heuristic Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Delivery and Pickup
		I. Ellabib, et. al	Exchange strategies for multiple Ant Colony System
		Algoritmos Evolutivos	
		E. Alba and B. Dorronsoro	Computing nine new best-so-far solutions for Capacitated VRP with a cellular Genetic Algorithm
		G. Alvarenga and G. Mateus	Hierarchical tournament selection genetic algorithm for the vehicle routing problem with time windows
		L. Jun and Z. Jian-yong	A Genetic Algorithm to Vehicle Routing Problem in Reverse Logistics
		Sistemas inmunes artificiales	
		Z. Hu et. al	Immune co-evolutionary algorithm based partition balancing optimization for tobacco distribution system
		J. Ma et. al	Immune Genetic Algorithm for Vehicle Routing Problem with Time Windows
		Algoritmos de Búsqueda local	
		A. Beham	Parallel Tabu Search and the Multiobjective Vehicle Routing Problem with Time Windows
		M. Boudia et. al	A reactive GRASP and path relinking for a combined production-distribution problem
		L. Zhang et. al	A tabu search algorithm for the safe transportation of hazardous materials
		L. Goncalves et. al	A GRASP with Adaptive Memory for a Period Vehicle Routing Problem
		Algoritmos Constructivos	
		William Ho et al	A hybrid genetic algorithm for the multi-depot vehicle routing problem
		Alfonso et al	Enrutamiento de vehículos mediante técnicas heurísticas y programación matemática.
		Algoritmos de dos fases	
		Csiszár S	Two-Phase Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Time Windows
		Homberger Jörg and Gehring Hermann	A two-phase hybrid metaheuristic for the vehicle routing problem with time windows
		Algoritmos Híbridos	
		Emmanouil E. Zachariadis et al	A hybrid metaheuristic algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up service
		Shih-Wei Lin, Zne-Jung Lee, Kuo-Ching Ying, Chou-Yuan Lee	Applying hybrid meta-heuristics for capacitated vehicle routing problem